

# ASTRONOMISCHE ÜBUNGSREIHE DER ESA/ESO

Astronomische Schülerübungen basierend auf  
Beobachtungsdaten des NASA/ESA  
Hubble Weltraumteleskops  
und der ESO Teleskope.



Übung **3**



**Entfernungsbestimmung zum Katzenaugennebel**  
Basierend auf Beobachtungen mit dem NASA/ESA Hubble Space Teleskop





# ***Inhaltsverzeichnis***

## **Astronomische Übungsreihe der ESA/ESO Teil 3**

### **Vorwort**

- Vorwort ..... Seite 2

### **Einleitung**

- Späte Stadien von Sternen niedriger Masse ..... Seite 3
- Entfernungen zu planetarischen Nebeln ..... Seite 4
- Der Katzenaugennebel ..... Seite 5

### **Aufgaben**

- Aufgabe 1 ..... Seite 7
- Aufgabe 2 ..... Seite 7
- Aufgabe 3 ..... Seite 7
- Die Vergrößerungsmethode ..... Seite 8
- Aufgabe 4 ..... Seite 10
- Aufgabe 5 ..... Seite 10
- Aufgabe 6 ..... Seite 10
- Aufgabe 7 ..... Seite 11
- Aufgabe 8 ..... Seite 11
- Die radiale Anpassungsmethode ..... Seite 11
- Aufgabe 9 ..... Seite 13
- Aufgabe 10 ..... Seite 13
- Aufgabe 11 ..... Seite 13

### **Weiterführende Literatur**

- Wissenschaftliche Veröffentlichungen ..... Seite 14

### **Für den Lehrer**

- Für den Lehrer ..... Seite 16

### Astronomische Übungsreihe der ESA/ESO Teil 3

## Entfernungsbestimmung zum Katzenaugennebel

Astronomie ist eine leicht zugängliche und anschauliche Wissenschaft, welche ideal für die Verwendung im Schulunterricht ist. In den letzten Jahren haben das NASA/ESA Hubble Weltraumteleskop und die ESO Teleskope auf den Beobachtungsstationen La Silla und Paranal in Chile immer spektakulärere und tiefere Einblicke in das Universum geliefert. Hubble und die ESO Teleskope haben nicht nur faszinierende neue Bilder geliefert, sie sind gleichzeitig auch als Werkzeuge für Astronomen von unschätzbarem Wert. Die Teleskope haben hervorragende räumliche Auflösung/Winkelauflösung (Bildschärfe) und erlauben den Astronomen tiefer als je zuvor ins Universum zu blicken und dabei seit langem anstehende Fragen zu beantworten.

Obwohl die Analyse von solchen Beobachtungen im Detail oft wissenschaftlich sehr anspruchsvoll ist, können sie manchmal einfach genug sein, dass auch Oberstufenschüler die Möglichkeit haben, die Auswertung selbständig nachzuvollziehen.

Diese Übungsreihe wurde gemeinsam von der ESA (European Space Agency), dem europäischen Partner des Hubble Projekts, welche 15% der Beobachtungszeit am Hubble besitzen, und der ESO (European Southern Observatory, Europäische Südsternwarte) erstellt.



**Abbildung 1: Das NASA/ESA Hubble Weltraum Teleskop**  
Das NASA/ESA Hubble Weltraum Teleskop spektakuläre Erkenntnisse über das Universum von seiner Umlaufbahn um die Erde geliefert.



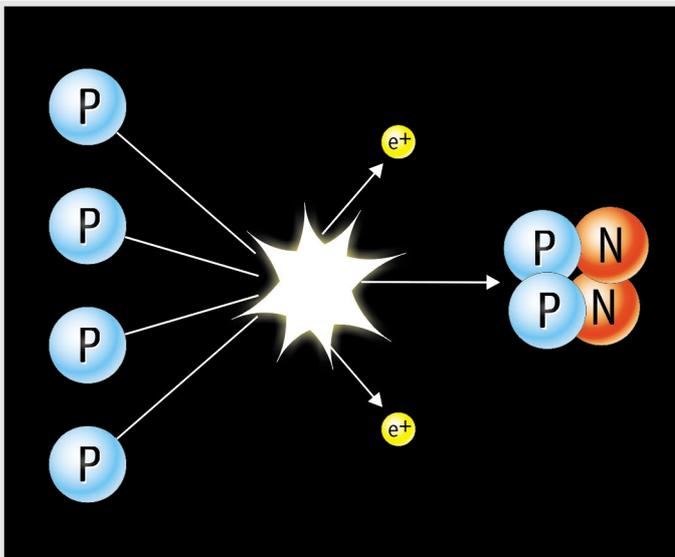
## Einleitung

### Späte Stadien von Sternen mit niedriger Masse

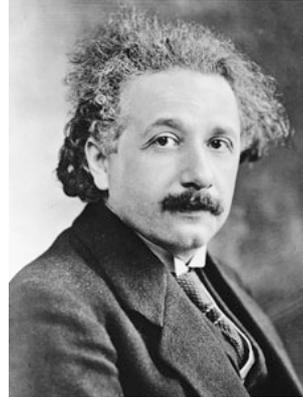
Der Katzenaugennebel (NGC 6543) ist ein sogenannter planetarischer Nebel. Trotz des Namens besteht keine Verbindung zwischen einem planetarischen Nebel und einem Planeten. Die Bezeichnung wurde während des 19. Jahrhunderts eingeführt. Damals wurden diese Objekte durch kleine Teleskope beobachtet und sahen wir Planeten aus. Planetarische Nebel entstehen während dem Todeskampf von Sternen niedriger Masse, wobei die äusseren Hüllen des Stern nach und nach abgestoßen werden. Die Sonne ist ein Beispiel für einen solchen Stern.

Das Licht, das von den meisten Sternen ausgestrahlt wird, ist ein Nebenprodukt des thermonuklearen Fusionsprozesses, als Wasserstoffbrennen bekannt, bei dem vier Wasserstoffkerne zu einem Heliumkern fusionieren.

Solche Fusionen können nur im Kern eines Sterns stattfinden, da dort gigantische Gravitationskräfte die Temperatur bis  $10^7$  K ansteigen lassen. Bei solch hohen Temperaturen ist genügend Energie vorhanden, um die elektrostatische Abstoßkraft zu überwinden, die zwischen Protonen gleicher Ladung auftritt, und so können vier Wasserstoffkerne (Protonen) fusionie-



**Abbildung 2: Wasserstoffverbrennung**  
Der einfache Mechanismus zur 'Energieerzeugung' in Sternen ist die Fusion von vier Wasserstoffkernen zu einem Heliumkern. Der Prozess hat mehrere Stufen, hier wird jedoch nur das Gesamtergebnis dargestellt.



**Abbildung 3: Albert Einstein**

Einsteins bekannte Formel  $E=Mc^2$  zeigt den Zusammenhang zwischen Masse und Energie.

ren, um einen neuen Kern, Helium (siehe Abb. 2), zu erzeugen. Dadurch wird noch mehr Energie frei.

Die Masse eines Heliumkerns beträgt nur 99,3% der Masse der vier ursprünglichen Wasserstoffkerne. Der Fusionsprozess verwandelt die restlichen 0,7% der Masse in Energie — hauptsächlich Licht, die aus der Formel Einsteins,  $E=Mc^2$ , berechnet werden kann. Diese Formel sagt aus, dass nur wenig Materie in viel Energie verwandelt werden kann. Die restlichen 0,7% der Masse der vier Wasserstoffkerne, die in einer Reaktion involviert sind, mag klein erscheinen. Wird jedoch die Gesamtanzahl der Reaktionen, die in einen Fusionsprozess involviert sind, genommen, so ist eine erhebliche Gesamtmasse (und somit Energie) involviert.

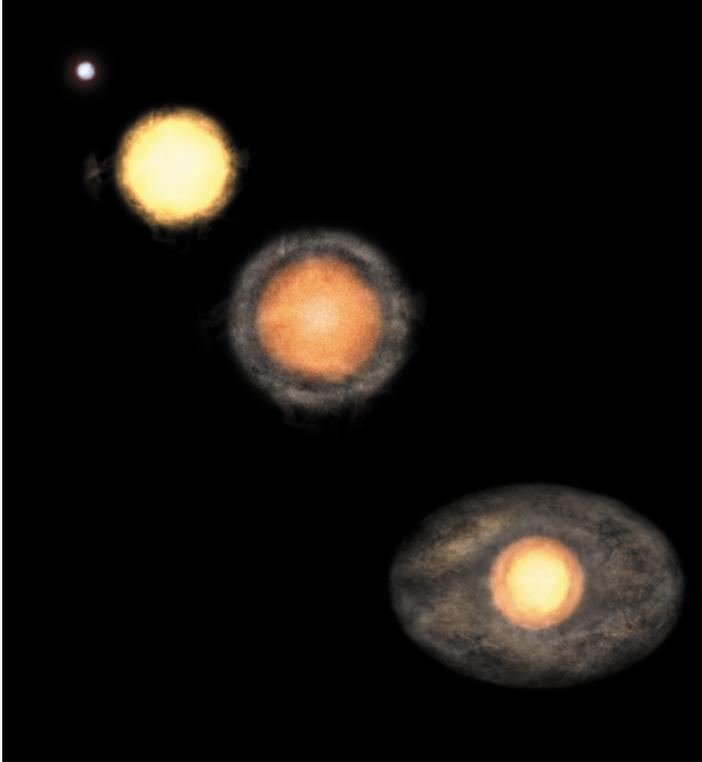
Die ausgestrahlte Energie gleicht die Gravitationskräfte aus und der Stern bleibt mehr als 90% seines Lebens in einem Zustand stabilen Gleichgewichts (die Sonne sollte in diesem momentanen stabilen Zustand für weitere 5 Milliarden Jahre bleiben).

Ist der Wasserstoffvorrat im Kern des Sternes aufgebraucht und Wasserstoffverbrennung nicht mehr möglich, dann komprimieren die Gravitationskräfte den Kern des Sterns.

Dabei steigt die Kerntemperatur auf 100 Millionen K an und die Heliumkerne im Kern beginnen zu fusionieren und bilden dabei schwerere Elemente wie Kohlenstoff – das ist der Prozess der Heliumverbrennung.



## Einleitung



**Abbildung 4: Späte Stadien von Sternen mit niedriger Masse**

Sobald ein Stern seine Endphase erreicht, beginnt er immer schwerere Elemente zu verbrennen. Zu diesem Zeitpunkt wirft der Stern Gas und Staub aus und formt dabei einen planetarischen Nebel.

langsam zu interstellarem Medium und reichern es mit schweren Elementen an, die dann den nächsten Sterngenerationen zur Verfügung stehen.

Die Sonne ist ein gewöhnlicher Stern niedriger Masse und sie wird ziemlich sicher ihr Leben als spektakulärer planetarischer Nebel beenden. Der Erde wird es dann nicht möglich sein, Leben zu erhalten. Wir haben jedoch noch ungefähr 5.000

Millionen Jahre vor uns, bevor dies unser größtes Umweltproblem wird.

### Entfernungen zu planetarischen Nebeln

In dieser Übung werden wir die Entfernung zum Katzenaugennebel messen. Die Untersuchung von physikalischen Eigenschaften wie Grösse, Masse, Helligkeit und Alter des planetarischen Nebels ist unmöglich ohne präzisen Entfernungbestimmung zum Nebel. In der Tat, die Astronomie hängt im Allgemeinen sehr von präzisen Entfernungbestimmungen ab.

Es ist nicht einfach, die Entfernung zu einem planetarischen Nebel zu bestimmen. Obwohl sie aus Sternen niedriger Masse entstehen, die ursprüngliche Masse des Vorläufersterns kann um ungefähr einen Faktor 10 variieren. Dadurch haben die einzelnen planetarischen Nebel verschiedene Eigenschaften. Da nicht alle planetarischen Nebel dieselbe Grösse oder Helligkeit haben, ist es nicht möglich irgendwelche Verallgemeinerungen zur Bestimmung der Entfernung zu verwenden. Manchmal jedoch können Beobachtungen gemacht werden, welche die direkte

Zu diesem Zeitpunkt blähen die äusseren Schichten des Sterns auf – für einen Stern der Grösse unserer Sonne würde in dieser Phase die äussere Hülle sich bis zur jetzigen Bahn der Erde ausweiten.

Material vom tiefen Inneren des Sterns wird während dieser späten Phase seines Lebens wiederholt an die Oberfläche gebracht. Dabei wird die äussere Schicht mit anderen Elementen angereichert als Wasserstoff. Dieser Prozess wird Ausbaggerung genannt. Die Hülle wird schließlich ins Weltall hinausgestoßen, manchmal als kugelige Hülle, meistens jedoch in einer asymmetrischen Form, wobei ein Gespinst um den sterbenden Stern gebildet wird (siehe Abb. 4).

Das ultraviolette Licht vom Kern des sterbenden Sterns beleuchtet das ausgestoßene Material, wobei es die Struktur des spektakulären planetarischen Nebels hervorhebt, die wir mit den Teleskopen sehen. Planetarische Nebel sind kurzlebig im Vergleich zu astronomischen Standards. Das Alter verschiedener wohlbekannter planetarischer Nebel — der Katzenaugennebel (NGC 6543) ist einer von diesen — ist ungefähr ein-tausend Jahre. Im Allgemeinen sind sie nicht älter als 50.000 Jahre. Danach verblassen sie



## Einleitung

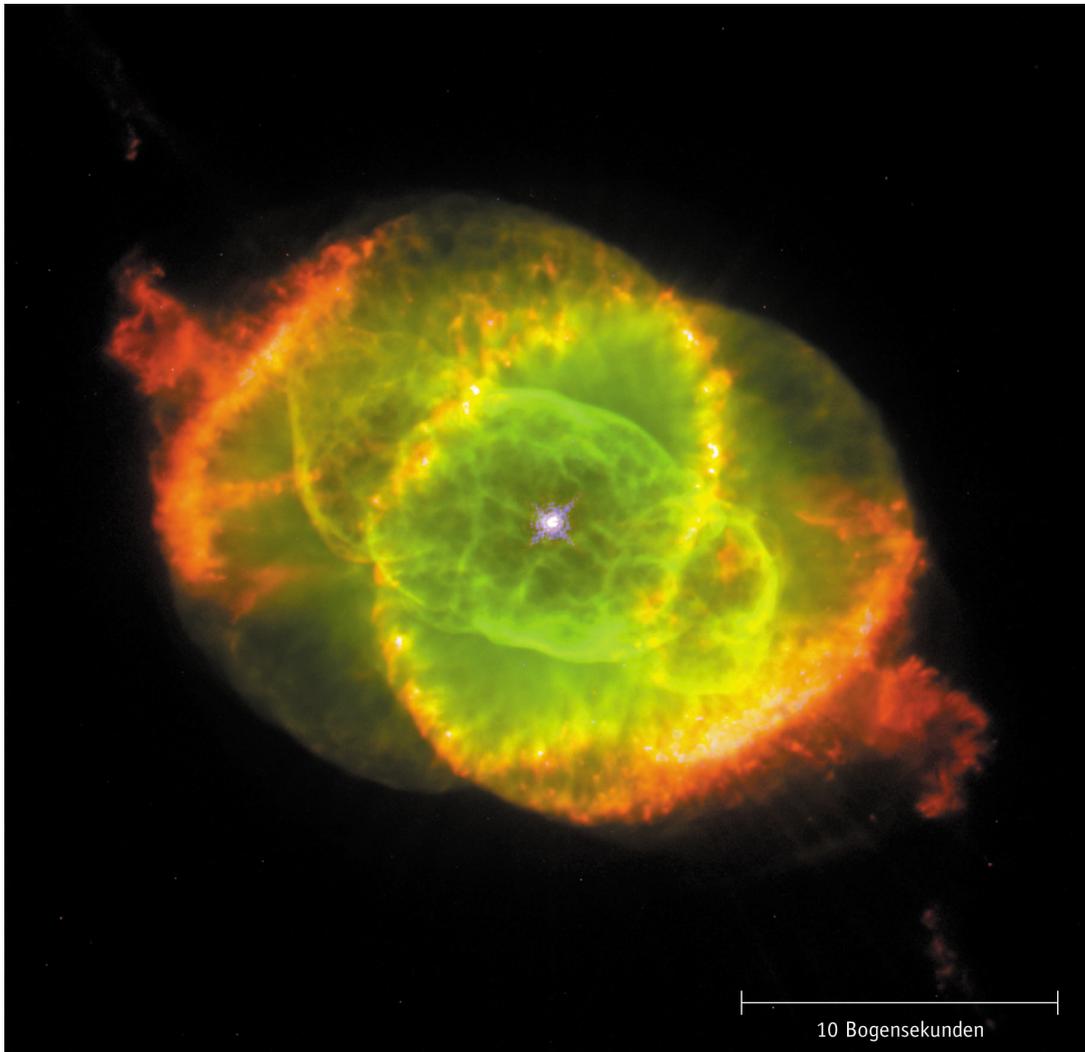
Bestimmung der Entfernung zu einem planetarischen Nebel erlauben. Dies ist der Fall beim Katzenaugennebel.

### Der Katzenaugennebel

Der Katzenaugennebel befindet sich im Sternbild des Drachen und ist einer der komplexesten planetarischen Nebel, der jemals gesehen wurde. Aufnahmen vom Hubble offenbaren überraschen verwickelte Strukturen wie konzentrische Gashüllen, Jets von sehr schnellem Gas und unübliche Gasknoten. Man glaubt, dass der Zentralstern ein Doppelstern ist, da die dynamischen

Effekte zweier Sterne, die sich umkreisen am einfachsten die unüblichen komplexen Strukturen des Nebels erklären.

Analysen der verschiedenen Merkmale des Nebel, siehe Abb. 6, wurden schon einige Male durchgeführt. Es ist bekannt, dass einige der hervorstechendsten Merkmale ein anderes Alter aufweisen als das Zentrum des Nebels. Die Messungen, die wir in dieser Übung durchführen wollen, behandeln nicht diese Merkmale, sondern beschränken sich auf die kleine Achse des Ellipsoids E25.



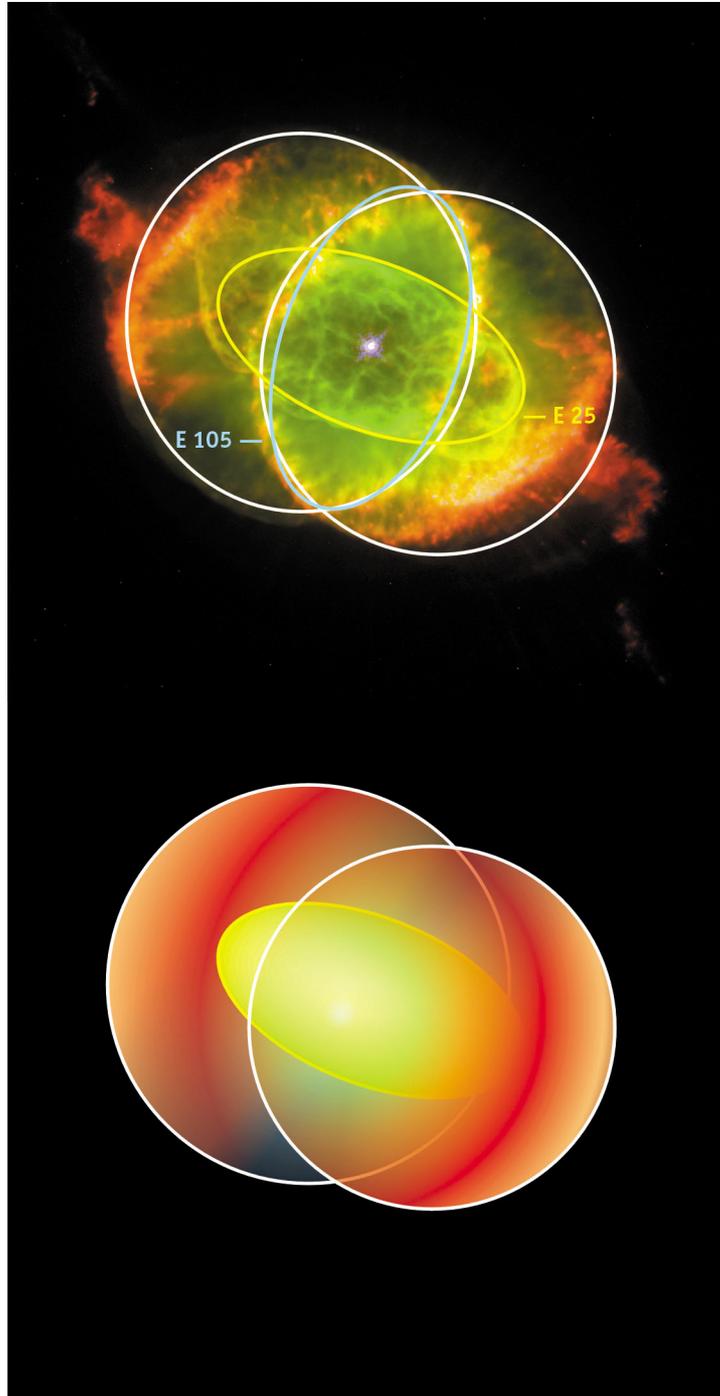
**Abbildung 5: Der Katzenaugennebel**

Dieses Farbbild des Katzenaugennebels, NGC 6543, wurde mit der Wide Field Planetary Camera 2 des Hubble aufgenommen. Es ist eine Zusammensetzung aus drei Bildern, die in verschiedenen Wellenlängen aufgenommen wurden. Ionisierter Stickstoff (658,4 nm) ist rot zu sehen, doppeltionisierter Sauerstoff (500,7 nm) ist in grün dargestellt und neutraler Sauerstoff (630,0 nm) in blau. Der Massstab des Bildes ist angegeben. Das Merkmal, welches mit E25 bezeichnet wird, ist das zum Zentralstern nächste Ellipsoid.



## Einleitung

Einleitung



**Abbildung 6: Geometrisches 3D Modell des Katzenaugennebels**  
Die allgemeine zweipolige Struktur des Nebel wird hier dargestellt. Das innere Ellipsoid, genannt E25, ist gelb markiert. Üubernommen von Reed et al. (1999).



## Aufgaben

In den folgenden Aufgaben ist  $t$  die Zeitspanne zwischen den zwei Beobachtungen.

### Aufgabe 1

- ? Die Winkelgeschwindigkeit wird in Winkleinheiten pro Zeiteinheit gemessen. Es ist wichtig, dass dieser Winkel im Bogenmaß gemessen wird.

### Aufgabe 2

- ? Finde einen Zusammenhang zwischen der linearen Verschiebung,  $l$ , der Zeit,  $t$ , und der Geschwindigkeit in Richtung der linearen Verschiebung,  $v_t$ , heraus. Diese Geschwindigkeit wird tangentielle Geschwindigkeit genannt.

Die tangentielle Geschwindigkeit wird in km/s gemessen.

### Aufgabe 3

Unter Verwendung der Annäherung für kleine Winkel aus den Mathematischen Werkzeugen, finden wir einen Zusammenhang zwischen der Entfernung,  $D$ , der linearen Verschiebung,  $l$ , und der radialen Verschiebung,  $a$ .

$$D = l/a$$

- ? Verwende diese Gleichung und finde einen Zusammenhang zwischen der Entfernung,  $D$ , der tangentialen Geschwindigkeit,  $v_t$ , und der Winkelgeschwindigkeit,  $\omega$ .

Der Katzenaugennebel wurde mit Hubble zweimal aufgenommen, das erste Mal am 18. September 1994 und dann wieder am 17. August 1997. Wenn die beiden Bilder in schneller Abfolge abwechselnd auf einem Computerbildschirm angezeigt werden (diese Technik wird als 'Blinken' bezeichnet), kann man sehen, dass der Katzenaugennebel sich in der Zeitspanne zwischen den beiden Bildern ausgedehnt hat. Diese radiale Verschiebung ist nicht so groß, dass es möglich wäre, einen Unterschied auf gedruckten Bildern mit dem Auge allein zu sehen. Das ist dennoch möglich, die Größe der Ausbreitung in Winkleinheiten pro Zeiteinheit zu

bestimmen – was du in Kürze selbst sehen wirst.

Die Verwendung dieses Effekts, der als Expansionsparallaxe bekannt ist, ist nicht ungewöhnlich in der Astronomie. Normalerweise wird er auf Bilder angewendet, die mit Radioteleskopen aufgenommen wurden. Hier jedoch machen es die hochauflösenden Bilder Hubbles möglich, die Expansionsparallaxe von verschiedenen Eigenschaften in diesem ziemlich entfernten Nebel an Wellenlängen im sichtbaren Bereich zu bestimmen. Das macht eine detaillierte Beschreibung des Nebels möglich.

Die Messung der Expansionsparallaxe entlang der Nebenachse von E25 entspricht der Bestimmung einer Winkelgeschwindigkeit,  $\omega$ , senkrecht durch Blickrichtung. Eine weitere Information wird benötigt, um die Entfernung zum Nebel zu bestimmen: die tangentielle Geschwindigkeit entlang der Nebenachse von E25. Erfreulicherweise wurde diese Geschwindigkeit von einer Gruppe von Astronomen herausgefunden (Miranda & Solf, 1992), die spektroskopische Methoden mit einem kinetischen Expansionsmodell des Nebels kombinierten. Die Gruppe folgerte, dass die tangentielle Geschwindigkeit entlang der Nebenachse von E25 16,4 km/s ist, dies entspricht ungefähr 60,000 km/h.

<sup>1</sup>Spektroskopische Messungen teilen das Licht in seine verschiedenen Farben oder Wellenlängen (z.B. mit einem Prisma). Das Licht kann dann auf eine Dopplerverschiebung hin untersucht werden, die durch eine Bewegung der Quelle hervorgerufen wird. Dann kann die zugehörige Radialgeschwindigkeit (auf uns zu oder von uns weg) bestimmt werden. In diesem speziellen Fall wurden



## Aufgaben

Da die tangentielle Geschwindigkeit,  $v_t$ , gegeben ist, müssen wir nur die Winkelgeschwindigkeit bestimmen. Du wirst zwei verschiedene Methoden verwenden, um dies zu tun, die Vergrößerungsmethode und die radiale Anpassungsmethode.

### Die Vergrößerungsmethode

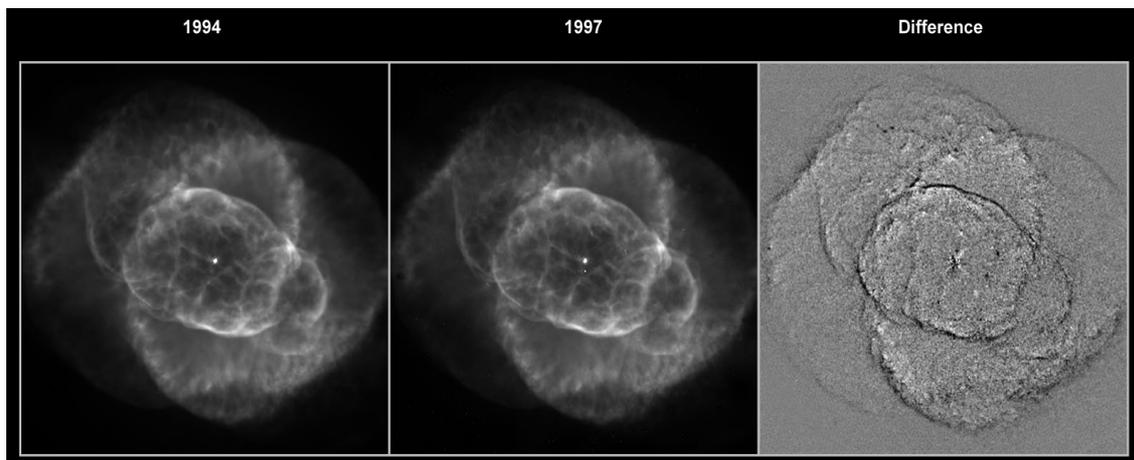
Die Größe der Ausdehnung in den Hubble Bildern ist kleiner als ein Pixel (Bildpunkt). Deshalb benötigt man zur Messung der Ausdehnung hochentwickelte Techniken.

Die Vergrößerungsmethode nimmt das Bild von 1994 und vergrößert es, bis es exakt dem Bild von 1997 gleichkommt. Abb. 7 zeigt die Methode, bei der die Bilder voneinander abgezogen werden. Beachte, dass das Bild von 1994 nicht vergrößert ist.

Jedes der neun kleinen Bilder in Abb. 8 wurde das Bild von 1994 um einen verschiedenen Faktor,  $F$ , vergrößert (der Faktor  $F$  ist die Zahl in der rechten oberen Ecke jedes kleinen Bildes) und dann wurde das Bild von 1997 vom vergrößerten Bild von 1994 abgezogen.

Je ähnlicher sich die zwei Bilder sind, umso weniger Struktur lässt sich im Restbild erkennen. Wir sollen nach dem glattesten Bild suchen und

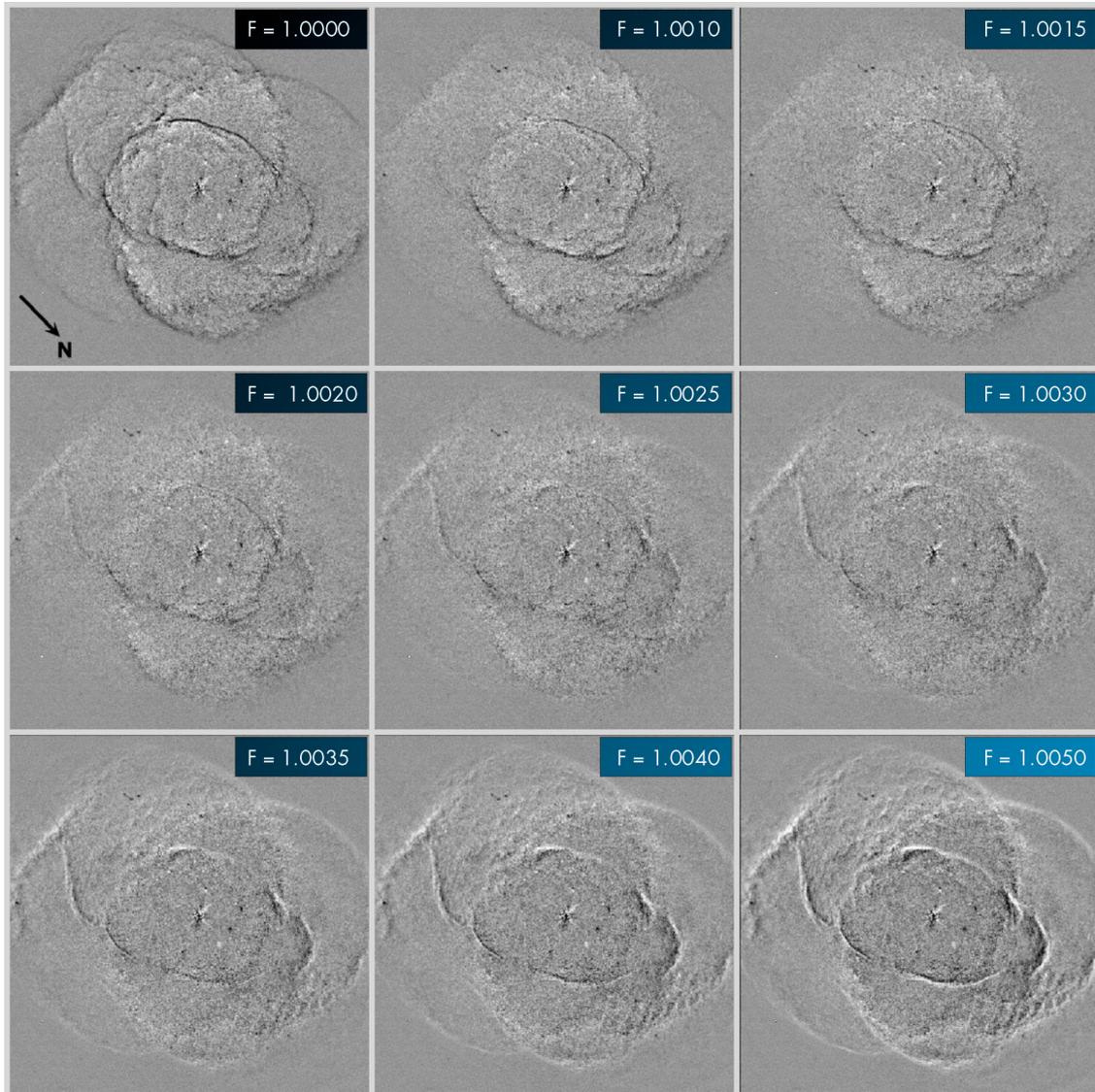
der Vergrößerungsfaktor in der Bildecke ist derjenige, welcher die Expansion des Katzenaugennebels zwischen 1994 und 1997 am besten beschreibt. Beachte, dass die Expansionsparallaxe nicht für alle Strukturmerkmale dieselbe ist. Deshalb sollten wir nach dem Bild suchen, in welchem ‚unser‘ Strukturmerkmal — die Nebenachse von E25 — verschwindet.



**Abbildung 7: Das Hervorheben der Expansion benötigt eine spezielle Bearbeitung des Bildes**  
Das erste Bild (Abb. 7a) wurde 1994 aufgenommen, das zweite (Abb. 7b) in 1997. Nur ein Beobachter mit Adleraugen könnte einen Unterschied zwischen den beiden Bildern ohne Computerhilfe entdecken. Die Bildbearbeitung subtrahiert ein Bild vom anderen. Das Ergebnis wird Restbild genannt (Abb. 7c).



## Aufgaben



**Abbildung 8: Die neun Restbilder**

Diese Bilder sind das Ergebnis der Vergrößerung des Bildes aus 1994 und dann der Subtraktion des Bildes aus 1997. Der Vergrößerungsfaktor,  $F$ , ist bei jedem Bild angegeben (aus Reed et al., 1999).



## Aufgaben

Sobald der Vergrößerungsfaktor,  $F$ , bestimmt ist, kann  $\omega$  aus der folgenden Gleichung bestimmt werden:

$$\omega = \frac{(F - 1)d}{t}$$

Wobei  $t$  die verstrichene Zeit zwischen den beiden Aufnahmen ist und  $d$  der Abstand zwischen dem Zentralstern des Nebels und dem Strukturmerkmal (in diesem Fall ist das die Nebenachse von E25), in Radian gemessen.  $\omega$  wird in Radian pro Zeiteinheit gemessen.

Die folgenden Aufgaben führen dich durch die Berechnungen der verschiedenen Parameter in dieser Gleichung. Danach wirst du  $\omega$  berechnen können und somit die Entfernung zum Katzenaugennebel.

### Aufgabe 4

- ?
- Entscheide, in welchem der neun Bilder in Abb. 8 die Nebenachse von E25 verschwunden ist oder fast verschwindet. Du könntest entscheiden, dass zwei Bilder gleich gut sind. In diesem Fall nimm den Mittelwert der beiden Vergrößerungsfaktoren

### Aufgabe 5

- ?
- Berechne die Zeitspanne zwischen den beiden Aufnahmen und wandle sie in Sekunden um.  
Warum macht es nichts aus, dass du nicht den genauen Zeitpunkt der Aufnahme kennst?

### Aufgabe 6

- ?
- Ermittle die Nebenachse von E25 in Abb. 5.  
• Miss die Entfernung,  $d$ , vom Zentralstern des Nebels zur Nebenachse von E25 in Milli-Bogensekunden. Wandle diese Entfernung in Bogenmaß um. Verwende dazu den Umwandlungsfaktor aus den Mathematischen Werkzeugen.



## Aufgaben

### Aufgabe 7

- ? Nun hast du alles, was du benötigst, um die Expansionsparallaxe,  $\omega$ , mit der Vergrößerungsmethode zu berechnen.

### Aufgabe 8

Wie bereits erwähnt wurde der Wert der Tangentialgeschwindigkeit der Nebenachse von E25,  $v_t$ , bereits von einer Gruppe von Astronomen mit 16,4 km/s berechnet.

- ? Berechne die Entfernung zum Katzenaugennebel.

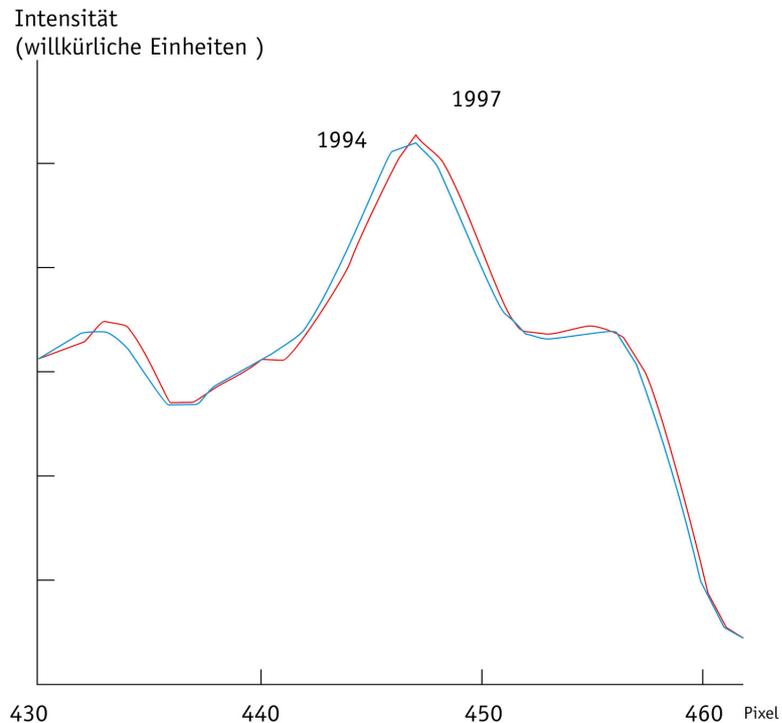
Bevor du dein Ergebnis mit dem von Reed et al. vergleichst, solltest du die Entfernung zum Katzenaugennebel mit der radialen Anpassungsmethode berechnen.

### Die radiale Anpassungsmethode

Wenn wir die Bildpunktweite aller Bildpunkte berechnen, die auf einer Linie durch den Zentralstern in Abb. 5 gehen, erhalten wir eine Kurve, die in Abb. 9 gezeigt ist. Die Höhen und Tiefen entsprechen den hellen und dunklen Flächen entlang der Linie und reflektieren die Intensität des Lichts, das von den verschiedenen Kämmen und Knoten im Nebel kommt.

Der Unterschied zwischen den Kurven der beiden Bilder aus 1994 bzw. 1997 kann verwendet werden, um die Expansion des Nebels zu messen.

Leider ist der Unterschied zwischen den Positionen des Strukturmerkmals in den beiden Bildern so gering (kleiner als ein Bildpunkt), dass wir die Messung hier nicht leicht wiederholen können. Du solltest den Wissenschaftler für die ver-

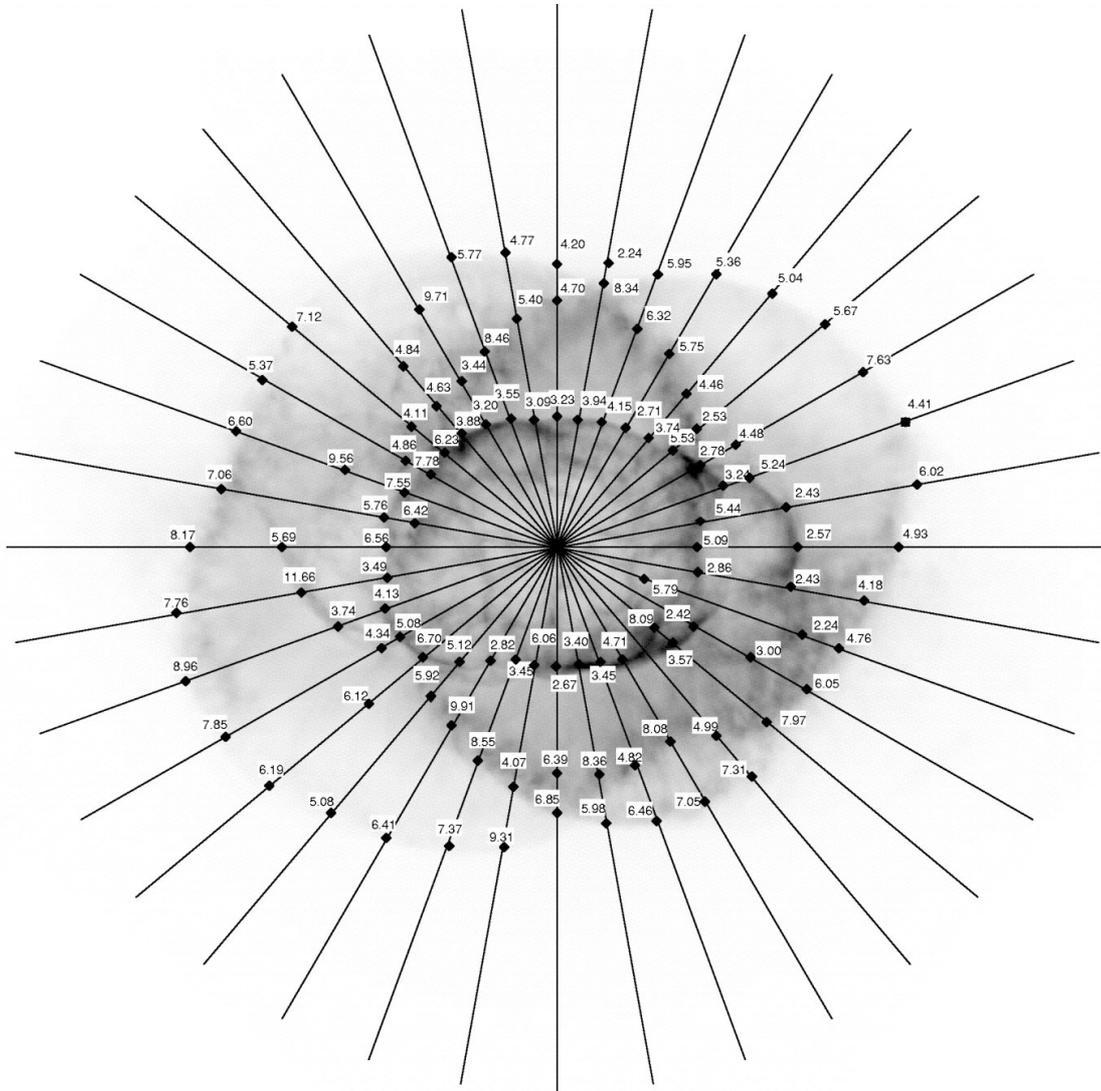


**Abbildung 9:**  
**Intensitätsprofile**  
Zwei Beispiele, wie Intensitätsmessungen entlang einer Linie durch den Nebel in den Aufnahmen von 1994 bzw. 1997 aussehen. Die Linie, welche wir hier verwendet haben, ist die um 12 Uhr in Abbildung 10.





## Aufgaben



**Abbildung 10:  $\omega$  und die radialen Intensitätsprofile**

Die  $\omega$ 's sind das Ergebnis einer genauen Anpassung der Profile entlang der Linien, die in der Abbildung gezeigt werden.  $\omega$  wird in Mill-Bogensekunden/Jahr gemessen (aus Reed et al., 1999).



## Aufgaben

schiedenen Messungen von  $\omega$  vertrauen und diese zur nochmaligen Bestimmung der Entfernung zum Katzenaugennebel verwenden. Die Wissenschaftler haben  $\omega$  an vielen verschiedenen Orten auf E25 gemessen (und auch in vielen anderen Punkten im Nebel). Diese Messungen sind in Abb. 10 dargestellt.

NB: Die Messungen wurden in Milli-Bogensekunden/Jahr durchgeführt und müssen in die korrekten Einheiten umgewandelt werden.

### Aufgabe 9

- ?
- Identifiziere die Nebenachse von E25 in Abb. 10. Lies den Wert  $\omega$  der zugehörigen Raute ab – gib acht, dass die richtigen Rauten mit den richtigen Zahlen verbunden werden.  
Mittle die  $\omega$ , die du in dem Bild gefunden hast und berechne die Entfernung zum Katzenaugennebel wie vorher.

### Aufgabe 10

Das kinematische Alter (die Zeit, die vergangen ist, seit die Expansion des Nebel begonnen hat),  $T$ , des inneren Kerns des Nebels kann aus den vorher berechneten Werten hergeleitet werden (unter der Annahme, dass die Expansionsrate seit Beginn der Expansion konstant ist):

$$T = d/\omega$$

Der Wert von  $d$  wurde in Aufgabe 6 gefunden.

- ?
- Berechne das kinematische Alter,  $T$ , für beide  $\omega$ -Werte, die du berechnet hast.

### Aufgabe 11

Das Ergebnis von Reed et al. für die Entfernung zum Katzenaugennebel ist  $1001 \pm 269$  parsec. Dieses Ergebnis wurde erhalten, indem nicht nur E25 gemessen wurde, sondern auch a) andere Strukturen mit der Vergrößerungsmethode gemessen, b) alle verschiedenen Rauten in der radialen Anpassungsmethode verwendet wurden und schließlich c) eine dritte Methode, Profilmethode genannt, angewandt wurde.

- ?
- Vergleiche dein Ergebnis mit dem von Reed et al.

- ?
- Denke darüber nach, wo du das Ergebnis durch deine Auswahl stark beeinflusst haben könntest. Berechne erneut die Entfernung, indem du die Parameter etwas veränderst. Du könntest z.B. für die Vergrößerungsmethode ein anderes Restbild nehmen oder andere Rauten für die radiale Anpassungsmethode verwenden. Führe kleine Veränderungen in den Parametern durch und du wirst einen großen Unterschied im Ergebnis sehen.

Diese Übung zeigt sowohl die Schwierigkeit passende Entfernungsmessungen zu bekommen als auch die Stärken von astronomischen Werkzeugen.





## Weiterführende Literatur

### Wissenschaftliche Veröffentlichungen

- Reed, Darren S., Balick, B., Hajian, Arsen R., Klayton, Tracy L., Giovanardi, S., Casertano, S., Panagia, N., Terzian, Y. 1999, AJ, 118, 2430–2441: *Hubble Space Telescope Measurements of the Expansion of NGC 6543: Parallax Distance and Nebular Evolution*
- Miranda, L.F., Solf, J. 1992, A&A, 260, 397–410: *Long-slit spectroscopy of the planetary nebula NGC 6543 - Collimated bipolar ejections from a precessing central source?*

Siehe auch Weblinks auf:  
<http://www.astroex.org/>



## Colophon



**ESA/ESO Astronomische Übungsreihe  
Übung 3: Entfernungsbestimmung zum  
Katzenaugennebel  
1. Auflage (Übersetzung der 2. englischen Auflage  
vom 23.05.2002)**

Produziert von:  
the Hubble European Space Agency Information  
Centre und der Europäischen Südsternwarte:  
<http://www.astroex.org/>  
(Pdf-Versionen dieses Materials und verwandte  
Weblinks finden sich unter dieser WWW-Adresse)

Postanschrift:  
Europäische Südsternwarte  
Karl-Schwarzschild-Str. 2  
D-85748 Garching bei München  
Deutschland

Telefon: +49 89 3200 6306 (oder 3200 60)  
Fax: +49 89 3200 64 80 (oder 320 32 62)  
E-mail: [info@astroex.org](mailto:info@astroex.org)

Text:  
Anne Værnholt Olesen, Lars Lindberg Christensen,  
Jean-Marc Brauer und Arntraud Bacher

Grafik und Layout:  
Martin Kornmesser

Übersetzung:  
Arntraud Bacher

Korrekturlesen:  
Paul Scheier

Koordination:  
Lars Lindberg Christensen und Richard West

Herzlichen Dank an Darren Reed und Arsen Hajian  
für die zur Verfügung gestellten Daten, und an Nina  
Troelsgaard Jensen, Frederiksberg Seminarium, für  
Kommentare.



## Für den Lehrer

### Kurze Übersicht

Wir messen die radiale Ausbreitungsgeschwindigkeit des Katzenaugennebels, indem wir zwei Hubbleaufnahmen aus den Jahren 1994 bzw. 1997 genau untersuchen. Mit der Hilfe der Tangentialgeschwindigkeit, die für frühere wissenschaftliche Artikel bereits gemessen wurde, ist es möglich die Entfernung zum Nebel zu bestimmen. Weiter erhalten wir die Entfernung, indem wir herausfinden, wie stark sich die radialen Intensitätsprofile von auffallenden Strukturmerkmalen in den beiden Bildern zwischen 1994 und 1997 verändert haben.

In dieser Übung führen die Schüler weniger Messungen durch als in Übung 1 und 2, dafür werden ihnen zwei verschiedene Methoden – eine ‚herkömmliche‘ und eine ‚weniger herkömmliche‘ – zur Bestimmung der Entfernung zu astronomischen Objekten erklärt.

Im wissenschaftlichen Originalartikel verwenden die Astronomen drei verschiedene Methoden, aber die dritte benötigt sehr hochentwickelte Computerprogramme und so ist es nicht möglich, diese Messungen/Berechnungen durchzuführen.

### Aufgabe 1 und 2

Unter Verwendung der Gleichung „Weg = Geschwindigkeit · Zeit“ finden wir:

$$a = \omega \cdot t$$

$$l = v_t \cdot t$$

### Aufgabe 3

Unter Verwendung von Abbildung 6 in den Mathematischen Werkzeugen erhalten wir mit  $b = l$  und  $c = D$ :

$$D = l / a = v_t / \omega$$

### Die Gleichung für $\omega$ :

$D$  ist der Winkelabstand zum Strukturmerkmal in Bild von 1994.  $F$  ist der Vergrößerungsfaktor.  $F \cdot d$  ist der Winkelabstand zum Strukturmerkmal in Bild von 1997 und weiter  $(F-1) d$  der Winkelabstand zwischen den Bildern von 1994 und 1997. Durch Division durch die verstrichene Zeit erhalten wir die Winkelgeschwindigkeit.

### Aufgabe 4

Der beste Vergrößerungsfaktor ist **1,00275**, als Mittelwert von 1,0025 und 1,0030.

$F = 1,00275$  ist am nächsten zum Ergebnis aus dem wissenschaftlichen Artikel.

### Aufgabe 5

Die Zeitspanne zwischen dem 18. September 1994 und dem 17. August 1997 (die Daten sind auf Seite 7) kann leicht berechnet werden. Beachte, dass 1996 ein Schaltjahr ist.

$$t = 3 \text{ Jahre} + 1 \text{ Tag} - 31 \text{ Tag} = 1065 \text{ Tag} = \mathbf{9,2016 \times 10^7 \text{ s}}$$

### Aufgabe 6

Auf einem  $149 \text{ mm} \times 146 \text{ mm}$  gedruckten Bild:

$44 \text{ mm}$  entspricht 10 Bogensekunden, also 1 Bogensekunde entspricht  $4,4 \text{ mm}$



## Für den Lehrer

Eine direkte Messung der Entfernung vom Zentralstern zur Nebenachse E25 ergibt: 17,5 mm, das entspricht  $d = 3,98 \text{ Bogensekunden} = 1,9282 \times 10^{-5} \text{ rad}$  (unter Verwendung des Umwandlungsfaktors aus der Box in den, Werkzeugen).

### Aufgabe 7

Berechnung von  $\omega$  mit der Vergrößerungsmethode:

$$\omega = (F-1) \times d/t = (1,00275-1) \times 1,9282 \times 10^{-5} / (9,2016 \times 10^7) = 5,7628 \times 10^{-16} \text{ rad/s}$$

### Aufgabe 8

Somit ist die Entfernung:

$$D = v_t / \omega = 16,4 / (5,7628 \times 10^{-16}) = 2,8459 \times 10^{16} \text{ km} = 922 \text{ pc}$$

### Aufgabe 9

Berechnung von  $\omega$  und der Entfernung D zum Katzenaugennebel mit der radialen Anpassungsmethode.

oben	3,55	3,09	3,23	3,94	4,15	2,71
unten	2,82	3,45	6,06	2,67	3,40	3,45
$\omega$ mittel (mas/Jahr)	3,54					
$\omega$ mittel (rad/s)	$5,45 \times 10^{-16}$					
D (km)	$3,01 \times 10^{16}$					
D (parsec)	976					

Leider gibt es eine gewisse Freiheit in der Wahl der Messpunkte – und so genug Raum, um das Ergebnis in eine gewünschte Richtung zu lenken.

Eine Mittelung über 12 Messpunkte (oben und unten im Ellipsoid) ergibt:  
 $\omega = 3,54 \text{ mas/year} = 3,54 \times 10^{-3} \times 4,8481 \times 10^{-6} / (365 \times 24 \times 3600) \text{ rad/s} = 5,45 \times 10^{-16} \text{ rad/s}$

### Aufgabe 10

$$T = d/\omega = (1,9282 \times 10^{-5}) / (5,7628 \times 10^{-16}) = 3,3460 \times 10^{10} \text{ s} = 1061 \text{ Jahre}$$

Mit dem Wert von  $\omega$ , erhalten aus der radialen Anpassungsmethode:

$$T = 3,539 \times 10^{10} \text{ s} = 1123 \text{ Jahre}$$

### Aufgabe 11

Die Ergebnisse von Reed et al. sind  $D = 1001 \pm 269 \text{ pc}$  und  $T = 1039 \pm 259 \text{ year}$ .  
 Beachte, dass beide Methoden Raum für unbewusste Anpassungen lassen. Es ist vielleicht eine gute Idee, die Schüler eine mehr formale min/max Analyse durchführen zu lassen. Obwohl viele Entscheidungen während der Messungen und Berechnungen gemacht werden, ist es doch nicht möglich total unpassende Ergebnisse zu erhalten.

[www.astroex.org](http://www.astroex.org)

